

## SIMULACION DE ECOS RADAR DEL TIPO WEIBULL CORRELADO Y COHERENTE

José Contera Carrás, Antonio Elías Fusté, Elías de los Reyes Davó y Javier Fernández de Muniain.

### ABSTRACT

A canonical model is examined for generating coherent Weibull vectors with a desired correlation matrix and specified parameters. Such vectors may represent samples of a correlated radar signal. Statistical and spectral estimates to value Weibull correlated vectors are also discussed.

### INTRODUCCION

El objetivo principal es la simulación mediante ordenador de los ecos recibidos por un radar. Tales ecos pueden ser señal o clutter según provengan de blancos deseados o indeseados.

Generalmente, los ecos se modelan como una variable aleatoria para el caso de un solo pulso o como un proceso estocástico en el caso de un tren de pulsos. Dicho proceso queda completamente caracterizado por una función de densidad de probabilidad (FDP) y una función de autocorrelación (FAC).

De los diversos modelos probabilísticos comúnmente utilizados se ha escogido el Weibull dado que permite variar la forma de la FDP según convenga. Así, situaciones como la utilización de radares de alta resolución y/o ángulos de elevación bajos, que producen FDP con grandes colas, pueden simularse adecuadamente.

Las secuencias de muestras obtenidas se han analizado haciendo uso de las técnicas de estimación espectral y de estimación estadística más idóneas.

### ESTADISTICA DEL TIPO WEIBULL

La función de densidad de probabilidad del tipo Weibull se expresa, generalmente, como

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left( \frac{x}{\beta} \right)^{\alpha-1} e^{-(x/\beta)^\alpha} ; x \geq 0 \quad (1)$$

donde  $\alpha$  es el factor de forma y cumple  $\alpha > 0$ .  
 $\beta$  es el factor de escala y cumple  $\beta > 0$ .

Sus momentos vienen dados por

$$E[x^n] = n \beta^n \Gamma(n/\alpha) = \beta^n \Gamma(1+n/\alpha) \quad (2)$$

y, en particular, su potencia es

$$E[x^2] = 2 \beta^2 \Gamma(2/\alpha) = \beta^2 \Gamma(1+2/\alpha) \quad (3)$$

Al tratarse de una FDP no simétrica, su mediana no coincide con su media. El valor de la mediana cumple

$$x_m = \beta (\ln 2)^{1/\alpha} \quad (4)$$

Puede observarse que para  $\alpha=2$  se tiene un caso Rayleigh y para  $\alpha=1$  la FDP resultante es del tipo exponencial.

Grupo A.M.R. del Dpt. de Teoría de Señal y Comunicaciones de la UPC  
Apt. 3002 08080 BARCELONA

## CARACTERIZACION ESPECTRAL Y MATRIZ DE COVARIANZAS

Todo espectro de potencia está relacionado con una función de autocorrelación por la Transformada de Fourier. Mediante el algoritmo de la FFT, podemos pasar de muestras en frecuencia a muestras de correlación, y viceversa. Así, podemos caracterizar igualmente a los ecos dando su espectro o su correlación.

Es de gran utilidad, al caracterizar y al simular los ecos radar, el expresar las características espectrales con la siguiente matriz de covarianzas

$$M_s = \begin{bmatrix} R_{ss}(0) & R_{ss}(-1) & \dots & R_{ss}(-p) \\ R_{ss}(1) & R_{ss}(0) & \dots & R_{ss}(-(p-1)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{ss}(p) & R_{ss}(p-1) & \dots & R_{ss}(0) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Hay que destacar que la anterior matriz es *Hermítica*, puesto que

$$R_{ss}(k) = R_{ss}^*(-k) \quad (6)$$

Y, además, es del tipo *Toeplitz* al ser idénticos los elementos a lo largo de las diagonales.

## GENERACION DE SECUENCIAS WEIBULL CORRELADAS Y COHERENTES

Por *modelos coherentes* se entiende a aquellos que describen conjunta y marginalmente ambas componentes: componente en fase, *I*, y componente en cuadratura, *Q*. Debido a consideraciones físicas y lógicas, el principal requisito que debe cumplir una distribución conjunta es la *simetría circular* en el plano complejo. De ella se obtienen las siguientes condiciones:

- 1) La fase  $\vartheta$  está uniformemente distribuida en  $(0, 2\pi)$ .
- 2) La fase y la amplitud  $A$  son estadísticamente independientes.
- 3) Las componentes en cuadratura están idénticamente distribuidas como corresponde a una FDP par.
- 4) Las componentes en cuadratura son ortogonales.

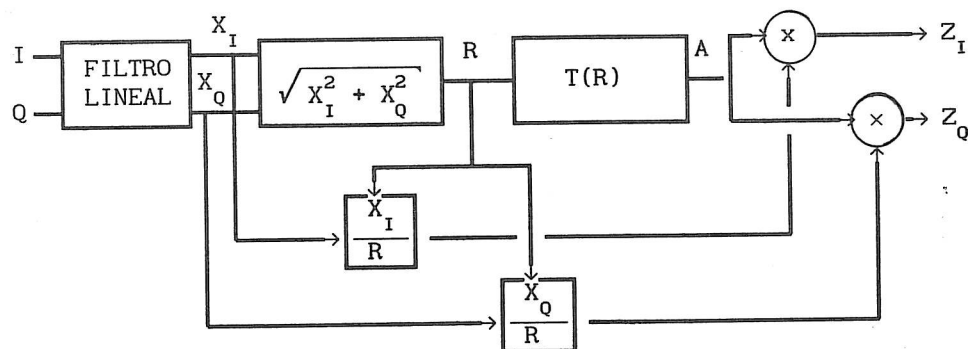


Figura 1: Modelo endógeno.

Un modelo que mantiene la simetría circular es el presentado en la figura 1 (ref. 2). En él, coloreamos un proceso gaussiano blanco mediante una transformación lineal adecuada. Ahora, la fase está uniformemente distribuida en  $(0, 2\pi)$  y la amplitud  $R$  sigue una distribución de Rayleigh. Entonces, mediante la transformación  $A=T(R)$ , obtenemos una FDP para la amplitud distinta de la de Rayleigh pero sin afectar a la fase. Finalmente, la fase es

combinada con la amplitud resultante  $A$ . A esta aproximación se le conoce con el nombre de *endógena* debido a que sólo utiliza un proceso aleatorio. Es un *modelo canónico* porque con él podemos obtener la distribución de amplitud que se desee manteniendo la simetría circular. La FDP de amplitud del tipo Weibull con parámetro de forma  $\beta$ , se obtiene con la transformación

$$T[R] = \beta \left( \frac{1}{2} R^2 \right)^{1/\alpha} \quad (7)$$

Lo más importante de este modelo es la obtención de una relación explícita entre las funciones de autocorrelación de los procesos gaussianos y de Weibull, a la entrada y salida del dispositivo no lineal, respectivamente. Esta relación es

$$R_z(\tau) = \beta^2 \Gamma(2) \rho (1-\rho^2)^{1+2/\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma^2(1/\alpha+3/2)}{\Gamma(2+n)} \cdot \frac{\rho^{2n}}{n!} \quad (8)$$

donde  $R_z(\tau)$  es el módulo de la autocorrelación de la secuencia Weibull  
 $\rho$  es el módulo de la autocorrelación de la secuencia de entrada del filtro no lineal.

Dos son los problemas que presenta (8):

- 1) El sumatorio se extiende hasta infinito.
- 2) No podemos despejar  $\rho$ .

En cuanto a lo primero, y dado que los coeficientes del sumatorio,  $C(n)$ , crecen con  $n$ , se ha de buscar la convergencia del sumatorio; es decir, cuando el producto  $C(n)\rho^{2n}$  es despreciable frente a la suma de los  $n-1$  términos anteriores.

Para lo segundo, se ha optado por el método de Newton-Raphson, obteniéndose resultados muy satisfactorios cuando la convergencia de la anterior serie existe.

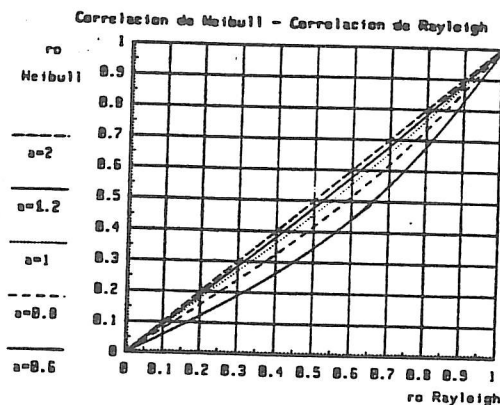


Figura 2

La figura 2 representa la relación entre los coeficientes de correlación gaussianos y de Weibull para algunos casos de interés. Para  $\rho=0$ , la ecuación (8) da  $R_z(\tau)=0$ , mientras que para  $\rho=1$ , no puede deducirse de ella pues existen problemas de convergencia. Sin embargo puede aproximarse linealmente para  $\rho>0.9$ . Como era de esperar,  $R_z(\tau)$  es siempre menor que  $\rho$ , pues el dispositivo no lineal ensancha el espectro del proceso de entrada, siendo esta diferencia mayor conforme  $\alpha$  decrece.

## FILTROS AUTORREGRESIVOS

La expresión (8) permite obtener la matriz de covarianzas a la entrada del filtro no lineal,  $M_x$ , a partir de la matriz de covarianzas  $M_z$ . Por tanto, sólo resta obtener secuencias de muestras correladas y coherentes con amplitud Rayleigh a la salida del filtro lineal.

La solución adoptada se basa en la utilización de filtros autorregresivos. Los coeficientes del filtro y la desviación típica de la señal gaussiana de la entrada se obtienen mediante el algoritmo de Levison-Durvin a partir de la matriz de covarianzas  $M_x$ . Este algoritmo requiere sólo del orden de  $p^2$  operaciones de cálculo.

El orden del filtro puede elegirse automáticamente con el algoritmo de Levison-Durvin, sin embargo los resultados experimentales demuestran que órdenes de 2-5 son suficientes (ref. 1,3). En cuanto a N, longitud de las secuencias a correlar, se ha elegido un valor de 256 que facilita la estimación espectral (ref. 3).

## ESTIMACION ESTADISTICA Y ESTIMACION ESPECTRAL

Para realizar una estimación de la naturaleza estadística de una variable aleatoria es necesario analizar una gran cantidad de datos o muestras. Tres son las técnicas empleadas (ref. 3): Estimación de los momentos, representación de *histogramas* y aplicación del *test* de Kolmogoroff-Smirnov (ref. 3).

En cuanto a la estimación espectral, se ha utilizado el algoritmo de la FFT pero en lugar de aplicarlo a todas las muestras a la vez, lo cual requeriría una gran cantidad de memoria, se ha aplicado a cada uno de los segmentos en que podemos dividir el conjunto total de las muestras. La estimación de todas las muestras puede tomarse como el espectro medio, frecuencia a frecuencia, de las estimaciones de cada segmento. La longitud óptima escogida es de 256 muestras por segmento (ref. 3). Con esa longitud, la resolución frecuencial era muy aceptable y la memoria utilizada no era excesiva.

## CONCLUSIONES

En la figura 3 podemos observar la independencia de la FDP respecto al coeficiente de correlación. La variación de la FDP con el factor de forma se muestra en la figura 4. Para la correlación, las figuras 5 y 6 muestran la variación con el orden del filtro lineal y la independencia con el parámetro de forma. Finalmente, los espectros obtenidos para coeficientes de correlación de 0.9 y 0.7 vienen representados en las figuras 7 y 8, respectivamente.

En definitiva, se ha realizado la simulación de los ecos del tipo Weibull recibidos por un radar, y el software necesario para evaluar sus prestaciones. Se ha estudiado el modelo endógeno de generación de muestras, utilizando filtros autorregresivos en la caracterización espectral de los ecos, de los que destaca su enorme utilidad dada la sencillez de su diseño, traducida en la rapidez de los algoritmos. Si bien el modelo expuesto aplica tanto a los blancos como al clutter, la principal aplicación de este estudio está en la eliminación del clutter. No obstante, lo más destacable de este trabajo ha sido el unir los conceptos de coherencia y correlación en el caso Weibull.

## REFERENCIAS

- 1.- STOCHASTIC MODELLING OF RADAR RETURNS  
P. Thomas and S Haykin  
IEE Proc., Vol. 133, Pt. F, No. 5, Aug-86, pp. 476-481

2.- THEORY OF RADAR DETECTION IN COHERENT WEIBULL CLUTTER  
A. Farina, A. Russo, F. Scannapiecco and S. Barbarossa  
IEE Proc., Vol. 134, Pt. F, No. 2, April 87, pp. 174-19

3.- SIMULACION DE ECOS RADAR  
J. Contera  
E.T.S.E.T. de Barcelona

PFC 1989

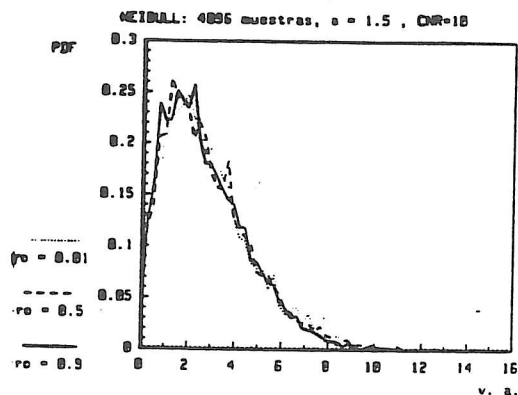


Figura 3

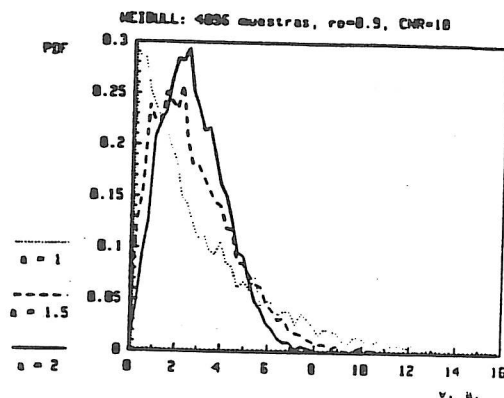


Figura 4

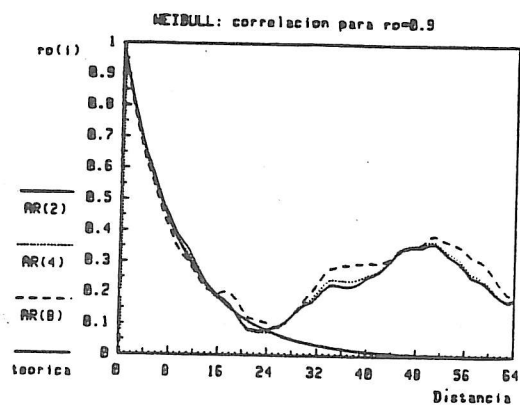


Figura 5

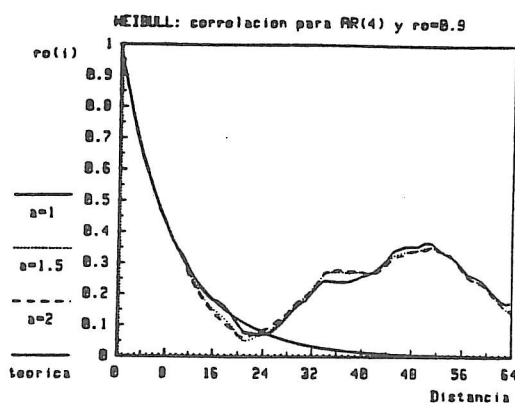


Figura 6

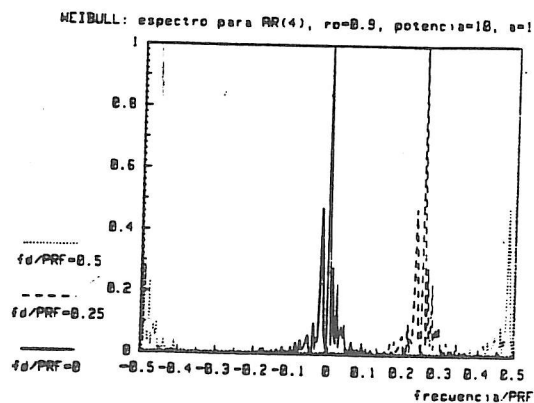


Figura 7

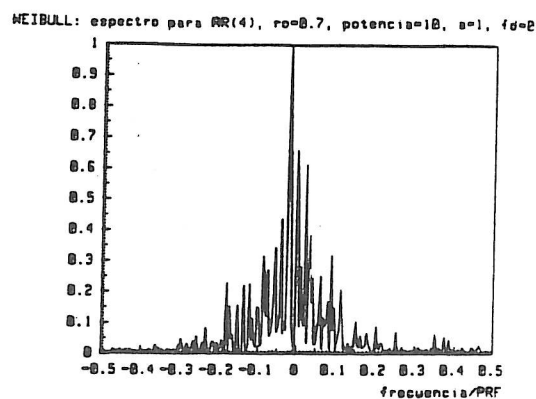


Figura 8